

Pendul

Jacob Christensen

Fysiske Undervisnings-Forsøg
Roskilde Universitets Center

17. december 2007

Pendul

Formålet

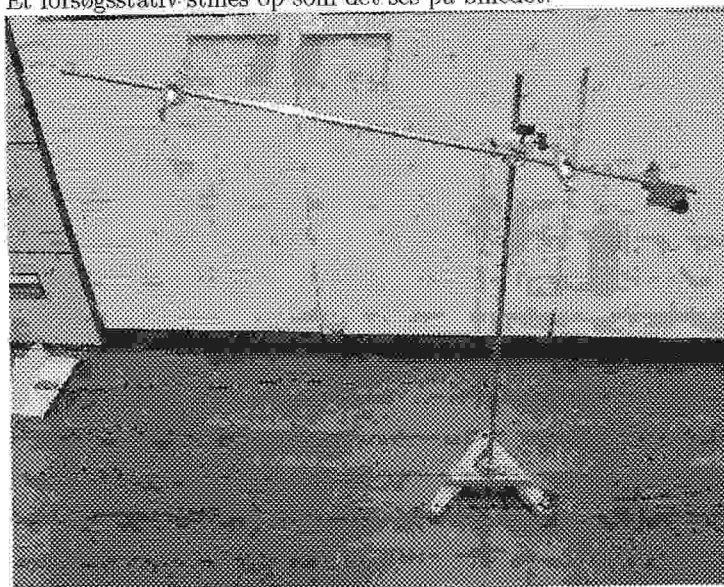
Formålet med øvelsen er at bestemme hvilke faktorer, der har indvirkning på pendulets svingningstid.

Apparatur

- snor
- lodder
- stopur
- lineal
- vinkelmåler
- forsøgsstativ

Fremgangsmåde

Et forsøgsstativ stilles op som det ses på billedet.



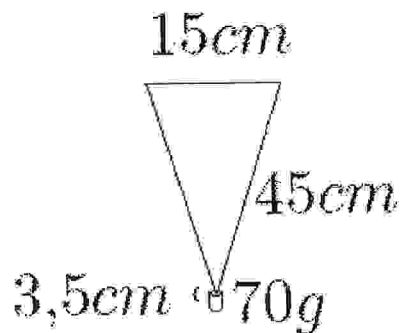
Figur 1: Forsøgsstativ

Først overvejes hvilke faktorer, der kan have indvirkning på svingningstiden. Jeg er kommet frem til tre sandsynlige kandidater:

- Massen
- Radius
- Tyngdekraften

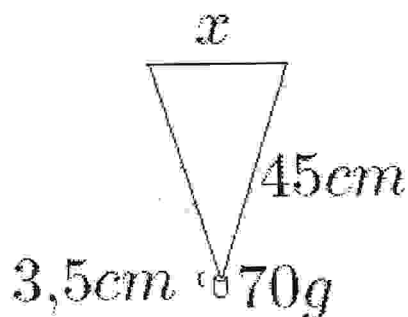
Massen

Man kan formode at massen spiller en væsentlig rolle for svingningstiden. Det er trods alt tyngdekraften på loddet der driver svingningen. Jo større masse jo større kraft! På den anden side er det også massen der gør bevægelsen træg. For at undersøge hvilken rolle massen spiller kan man måle svingningstiden for lodder med forskellige masser, og ellers holde de andre parametre konstante.



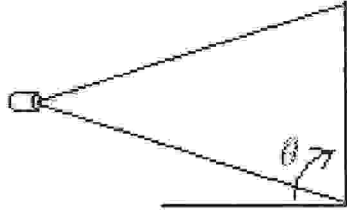
Radius

En måde at variere radius i pendulets banekurve er ved at klippe et stykke af tråden hver gang (...og binde nye knuder på en MEGET tynd tråd). Det er mindst lige så nemt at hænge loddet op i V-formet dobbeltsnor, og så variere afstanden mellem ophængningspunkterne.



Tyngdekraften

Det er ikke lige så let at variere tyngdekraften, man kan dog tage på en studietur tættere ved ækator for derved at ændre tyngdeaccelerationen en smule! Det er langt lettere at variere den komponent af tyngdekraften, der virker i samme plan som pendulet svinger. Det gøres ved at vippe opstillingen, hvor loddet er ophængt i en dobbeltsnor. Således kommer svingningsplanet til at hælde i forhold til lodret.



Det er næsten umuligt at måle svingningstiden direkte med blot en smule præcision. For at måle svingningstiden nøjagtigt måler man over 10 perioder og dividerer den tid med 10. For at midle start-stop-unøjagtighederne yderligere ud, kan man gentage hver måling og så tage gennemsnittet af målingerne. Jeg har gentaget målingerne fem gange hver i forsøget med afhængigheden af massen og ti gange hver i de andre forsøg.

Måleresultater

I tabellerne nedenfor er angivet tiden for 10 svingninger, som den er målt.

Svingningstidens afhængighed af massen.

70g	20g	10g
13,7	13,8	13,7
13,9	13,8	13,7
13,7	13,8	13,7
13,9	13,7	13,7
13,8	13,9	13,8

Svingningstidens afhængighed af afstanden mellem ophængningspunkterne.

15cm	20cm	30cm	40cm	50cm	60cm	70cm	80cm	90cm
13,8	13,7	13,6	13,1	12,9	12,2	11,3	9,8	6,90
13,8	13,8	13,7	13,3	12,8	12,3	11,5	9,9	6,87
13,9	13,8	13,5	13,3	12,8	12,2	11,4	9,8	6,94
14,0	13,6	13,6	13,3	12,9	12,3	11,4	9,8	6,87
13,8	13,8	13,6	13,3	12,8	12,3	11,3	9,8	6,81
13,9	13,8	13,7	13,4	12,8	12,3	11,4	9,9	6,91
13,8	13,8	13,6	13,4	12,7	12,1	11,3	9,8	6,91
13,9	13,8	13,6	13,2	12,7	12,2	11,3	9,9	6,88
13,7	13,7	13,6	13,4	12,7	12,2	11,2	9,9	6,88
13,6	13,8	13,5	13,2	12,8	12,2	11,2	9,7	6,91

Svingningstidens afhængighed af vinklen, som opstillingen er vipet.

+40°	+30°	+20°	+10°	0°	-10°	-20°	-30°	-40°
13,7	12,9	12,5	12,4	12,2	12,3	12,6	13,1	13,7
13,8	13,0	12,5	12,3	12,3	12,4	12,7	13,0	13,9
13,8	13,1	12,5	12,3	12,3	12,4	12,7	13,0	13,8
13,9	13,1	12,6	12,4	12,2	12,2	12,7	13,0	13,9
14,0	13,0	12,7	12,3	12,3	12,3	12,6	13,1	13,9
13,8	13,1	12,5	12,4	12,2	12,4	12,6	13,2	13,8
13,9	13,2	12,5	12,4	12,2	12,4	12,7	13,1	13,9
14,0	13,1	12,7	12,4	12,3	12,4	12,7	13,0	13,8
13,9	13,0	12,6	12,3	12,1	12,3	12,6	13,1	13,7
13,8	13,0	12,6	12,3	12,3	12,3	12,7	13,1	13,8

Databehandling

Massen

I tekstbøgerne står der at svingningstiden er uafhængig af massen. Og at den er givet ved

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

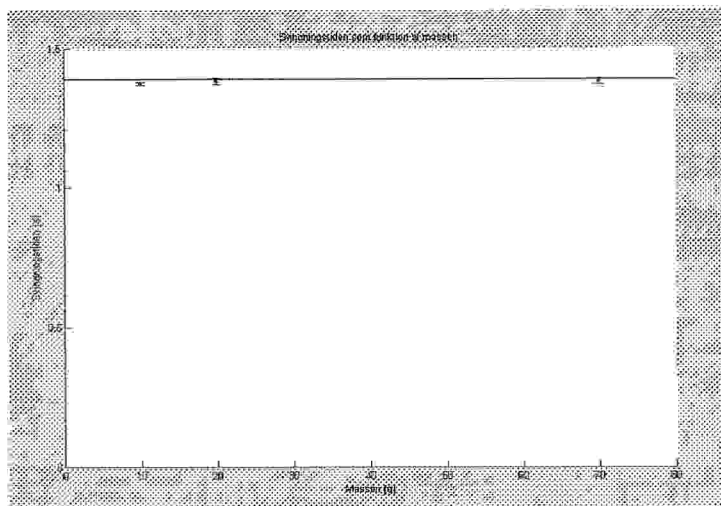
Hvor R er radius $R = \sqrt{(0,45m)^2 - (\frac{0,15m}{2})} + 0,035m = 0,479m$ og g er tyngdeaccelerationen $g = 9,816\frac{m}{s^2}$. Så svingningstiden skal være konstant

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,479m}{9,816\frac{m}{s^2}}} = 1,39s$$

Databehandlingen består i at tage gennemsnittet af tiderne for 10 svingninger og dividere med 10. Usikkerheden er angivet ved at tage forskellen mellem den største og den mindste måling og dividere med 2×10 .

Masse m	Svingningstid t	δt
g	s	s
70	1,38	0,01
20	1,38	0,01
10	1,37	0,005

De tre datapunkter er plottet i en graf med usikkerheden tegnet som errorbar og svingningstiden beregnet fra teorien er indtegnet.



Graf 1: Svingningstiden som funktion af massen.

Det ses ikke tydeligt at svingningstiden er uafhængig af massen. Specielt afviger målingen på 10g-loddet fra de to andre.

Radius

På tilsvarende vis foregår databehandlingen af tidsmålingerne ved at man finder den gennemsnitlige svingningstid og usikkerheden angives igen til den halve forskel mellem største og mindste måling. Der ud over kommer at det er afstanden mellem ophængningspunkterne der varierer, så der hører en omregning med til at regne hvordan radius varierer.

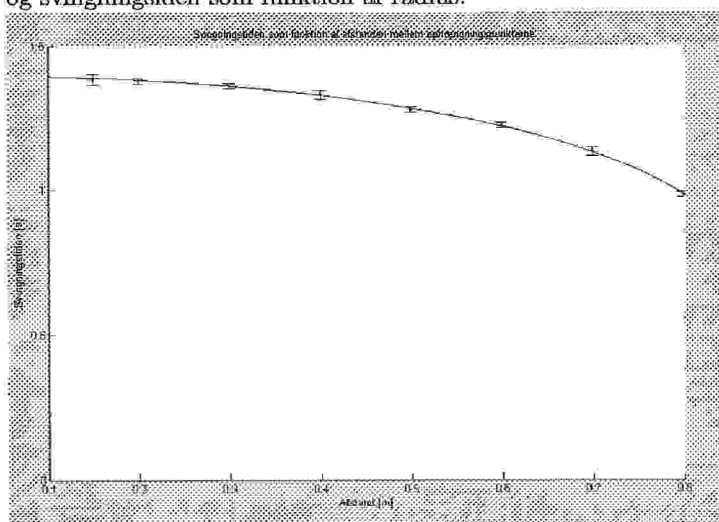
$$radius = \sqrt{(0,45m)^2 - \left(\frac{afstanden}{2}\right)^2} + 0,035m \Leftrightarrow$$

$$afstanden = 2\sqrt{(0,45m)^2 - (radius - 0,035m)^2}$$

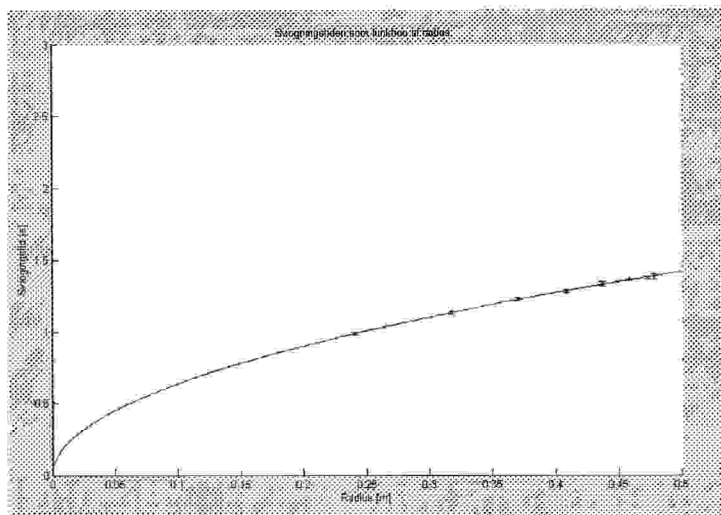
De $0,035m$ der indgår er afstanden fra knuden på dobbeltsnoren til loddets massecentrum.

Afstand	Radius	Svingningstid	Usikkerhed
m	m	s	s
0,15	0,479	1.382	0.02
0,20	0,474	1.376	0.01
0,30	0,459	1.360	0.01
0,40	0,438	1.329	0.02
0,50	0,409	1.279	0.01
0,60	0,370	1.223	0.01
0,70	0,318	1.133	0.02
0,80	0,241	0.983	0.01

Observationerne er plottet i to grafer: svingningstiden som funktion af afstanden og svingningstiden som funktion af radius.



Graf 2: Svingningstiden som funktion af afstanden.



Graf 3: Svingningstiden som funktion af radius.

Både "Graf 2" og "Graf 3" viser god overensstemmelse mellem teori og observation.

Tyngdeaccelerationen

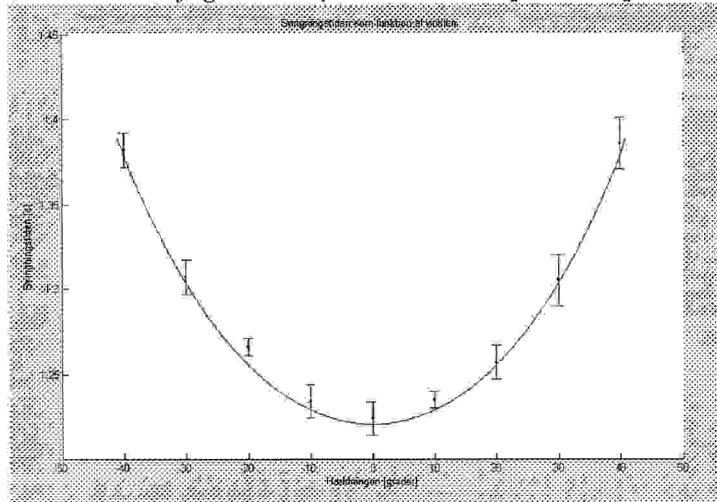
Databehandlingen for denne måling består ligeledes i at beregne den gennemsnitlige svingningstid med usikkerhed som ovenfor. Vinklen er direkte målt.

Vinklen θ grader	$g \cos \theta$ $\frac{m}{s^2}$	Svingningstiden s	Usikkerheden s
40	7,5195	1,386	0,015
30	8,5009	1,305	0,015
20	9,2240	1,257	0,01
10	9,6669	1,235	0,005
0	9,8160	1,224	0,01
-10	9,6669	1,234	0,01
-20	9,2240	1,266	0,005
-30	8,5009	1,307	0,01
-40	7,5195	1,382	0,01

Så svingningstiden kan plottes som funktion af vinklen. I dette plot skal man forvente at svingningstiden følger denne ligning

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g \cos \theta}}$$

Hvor θ er den vinkel som planet hælder i forhold til lodret. Således at $g \cos \theta$ er den del¹ af tyngdekraften, der virker i det plan hvor pendulet svinger.



Graf 4: Svingningstiden som funktion af vinklen.

På "Graf 4" ser der ud til at være rimelig god overensstemmelse mellem teori og observation. Dog kniber det en smule med målingerne ved -20° og 10° . På grafen ser det ud til at man netop kan stole ekstra på de to målinger. Det skyldes at jeg har været så heldig/uheldig at måle med lille spredning dér. Hvis man i stedet stoler lige så meget på disse målinger (som på "de andre") ser -20° - og 10° målingerne ikke ud til at skille sig særligt ud.

Fejlkilder

Specielt i målingen af svingningstidens (u-)afhængighed af massen er der en betydelig fejlkilde. I målingen anvendes lodder af forskellige materialer og udformninger. 10g-loddet skiller sig især ud ved at det er lavet af et lettere materiale og det er udformet så massecentrum ligger højere i forhold til ophængningskrogen end de andre lodders massecentre. Sidstnævnte bevirker at svingningstiden bliver en smule kortere for det lille 10g-lod.

Konklusion

I det store hele ser det ud til at svingningstiden følger ligningen

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

¹=Komposant.

Appendiks

0.0.1 Matlabfiler

```
%svingningstidens afhængighed af massen:

% 10 sving

%70g 20g 10g
masse=[
13.7 13.8 13.7;
13.9 13.8 13.7;
13.7 13.8 13.7;
13.9 13.7 13.7;
13.8 13.9 13.8];

masse_data(2,:)=sum(masse,1)/50;
masse_data(1,:)=70 20 10;
error=(max(masse/10)-min(masse/10))/2;
radius=sqrt(0.45.^2-0.075.^2)+0.035;
t_teori=2*pi*sqrt(radius/9.816);
figure(1)
set(gcf,'position',[1 31 1024 666])
errorbar(masse_data(1,:),masse_data(2,:),error,'k.')
hold on;plot([0 80],[t_teori t_teori],'k-')
axis([0 80 0 1.5])
title('Svingningstiden som funktion af massen')
xlabel('Massen [g]')
ylabel('Svingningstiden [s]')

%svingningstidens afhængighed af smorlangden

%15cm 20cm 30cm 40cm 50cm 60cm 70cm 80cm
smor=[
13.8 13.7 13.6 13.1 12.9 12.2 11.3 9.8;
13.8 13.8 13.7 13.3 12.8 12.3 11.5 9.9;
13.9 13.8 13.5 13.3 12.8 12.2 11.4 9.8;
14.0 13.6 13.6 13.3 12.9 12.3 11.4 9.8;
13.8 13.8 13.6 13.3 12.8 12.3 11.3 9.8;
13.9 13.8 13.7 13.4 12.8 12.3 11.4 9.9;
13.8 13.8 13.6 13.4 12.7 12.1 11.3 9.8;
13.9 13.8 13.6 13.2 12.7 12.2 11.3 9.8;
13.7 13.7 13.6 13.4 12.7 12.2 11.2 9.9;
13.6 13.8 13.5 13.2 12.8 12.2 11.2 9.7];

smor_data(2,:)=sum(smor,1)/100;
smor_data(1,:)=0.15 0.20 0.30 0.40 0.50 0.60 0.70 0.80;
error=(max(smor/10)-min(smor/10))/2;
xx=(0:0.01:85)/100;
radius=sqrt(0.45.^2-(xx./2).^2)+0.035;
t_teori=2*pi*sqrt(radius/9.816);
figure(2)
set(gcf,'position',[1 31 1024 666])
errorbar(smor_data(1,:),smor_data(2,:),error,'k.')
hold on;
plot(xx,t_teori,'k-')
axis([0.1 0.80 0 1.5])
title('Svingningstiden som funktion af afstanden mellem ophængningspunkterne')
xlabel('Afstand [m]')
ylabel('Svingningstiden [s]')

figure(3)
set(gcf,'position',[1 31 1024 666])
errorbar(sqrt(0.45.^2-(smor_data(1,:)/2).^2)+0.035,smor_data(2,:),error,'k.')
hold on
plot(xx,2*pi*sqrt(xx/9.816),'k-')
title('Svingningstiden som funktion af radius.')
xlabel('Radius [m]')
ylabel('Svingningstid [s]')
axis([0 0.5 0 3])

%svingningstidens afhængighed af g

%+40* +30* +20* +10* 0* -10* -20* -30* -40*
g=L
13.7 12.9 12.5 12.4 12.2 12.3 12.6 13.1 13.7;
13.8 13.0 12.5 12.3 12.3 12.4 12.7 13.0 13.9;
13.8 13.1 12.5 12.3 12.3 12.4 12.7 13.0 13.8;
13.9 13.1 12.6 12.4 12.2 12.2 12.7 13.0 13.9;
14.0 13.0 12.7 12.3 12.3 12.3 12.6 13.1 13.9;
13.8 13.1 12.5 12.4 12.2 12.4 12.6 13.2 13.8;
13.9 13.2 12.5 12.4 12.2 12.4 12.7 13.1 13.9;
14.0 13.1 12.7 12.4 12.3 12.4 12.7 13.0 13.8;
13.9 13.0 12.6 12.3 12.1 12.3 12.6 13.1 13.7;
13.8 13.0 12.6 12.3 12.3 12.3 12.7 13.1 13.8];

g_data(2,:)=sum(g,1)/100;
```

```

g_data(1,:)= [40 30 20 10 0 -10 -20 -30 -40];
error=(max(g/10)-min(g/10))/2;
figure(4)
set(figure(4),'position',[1 31 1024 666]);
errorbar(g_data(1,:),g_data(2,:),error,'k-')
hold on;
theta=[-41:0.1:41];
radius=sqrt(0.45^2-(0.60/2)^2)+0.035*cos(theta*pi/180);
t_teori=2*pi.*sqrt(radius./(9.816.*cos(theta*pi/180)));
plot(theta,t_teori,'k-')
title('Svingningstiden som funktion af vinklen.')
xlabel('Hældningen [grader]')
ylabel('Svingningstiden [s]')

```